

Eq. Schrödinger e Potenciais

Poço potencial (infinito)

- 1) A função de onda independente do tempo é dada por

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \operatorname{sen} \left(n \frac{\pi}{L} x \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Mostre que esta função satisfaz a equação de Schrödinger.

- 2) (Tipler) Um elétron que se move em um fio fino de metal é uma aproximação razoável para uma partícula em um poço infinito unidimensional. O potencial no interior do fio é constante, mas aumenta bruscamente nas extremidades. Suponha que o fio tem 1,0 cm de comprimento.
- Calcule a energia do estado fundamental do elétron.
 - Se a energia do elétron é igual à energia cinética média das moléculas em um gás à temperatura $T = 300$ K, cerca de 0,0300 eV, qual é o número quântico n do elétron?
- 3) (Tipler - modificado) A energia de um elétron no estado fundamental é $3,762 \times 10^{-7}$ eV. Tem o movimento restrito a um poço potencial infinito unidimensional.
- Qual a largura do poço, L ?
 - Qual a probabilidade de encontrar o elétron em $x = 5L/8$, considerando incerteza $\Delta x = 0,01L$?
- 4) (Tipler - modificado) O poço potencial infinito pode ser usado para estimar qualitativamente (ordem de grandeza) a energia do estado fundamental de um elétron em um átomo ou mesmo em uma molécula. Tal comparação fica prejudicada para $n \geq 4$. A ordem de grandeza da energia do elétron no estado fundamental no átomo de Hidrogênio é 10 eV (em realidade é 13,6 eV). Admita que a largura da caixa unidimensional é $L = 0,1$ nm (diâmetro aproximado do átomo de Hidrogênio). Determine a energia do estado fundamental e compare-a com o valor experimental.

Potencial degrau

- 5) Uma partícula com massa m e energia E encontra potencial degrau com altura V_0 , tal que $E > V_0$. A função de onda transmitida para depois de um potencial V_0 , é dada por

$$\varphi(x) = C e^{ikx}$$

onde $k = \sqrt{2m(E - V_0)}$.

- Mostre que esta função satisfaz a equação de Schrödinger.
 - Determine a amplitude da onda transmitida C , em termos da amplitude da onda incidente A e das energias E e V_0 , $C = C(A, E, V_0)$. (Filofima - FES - Eq.Schrodinger - Potencial degrau - Slide 3/8).
- 6) Certo material preparado para o efeito fotoelétrico é iluminado por luz com frequência 34 THz. Verifica-se a emissão média de 40 fótons para cada 100 fótons incidentes. Determinar
- A função trabalho, ϕ , e o material constituinte.
 - A diferença de potencial no equipamento (tubo de raios catódicos). Considere a equação de Einstein: $\Delta V = hf - \phi$.



Eq. Schrödinger e Potenciais

Barreira de potencial

7) Uma partícula com massa m e energia E encontra potencial barreira com altura V_0 , e largura a , tal que $E < V_0$. A função de onda transmitida (efeito túnel) é dada por

$$\varphi(x) = C e^{ik_1 x}$$

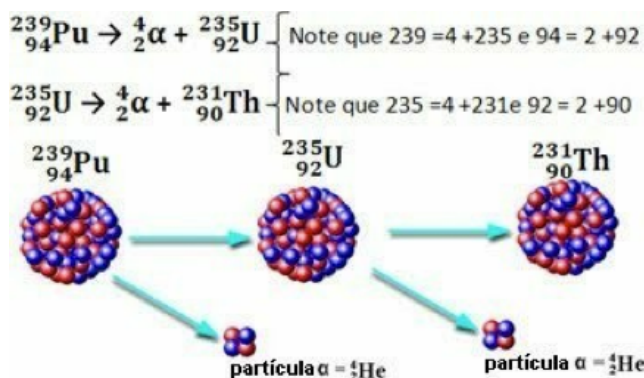
A parte real da fração da amplitude é dada por

$$Re\left(\frac{C}{A}\right) \cong \frac{\cosh(k_2 a) \cos(k_1 a) + \left(\frac{k_2^2 - k_1^2}{2k_1 k_2}\right) \sinh(k_2 a) \sin(k_1 a)}{\cosh^2(k_2 a) + \left(\frac{k_2^2 - k_1^2}{2k_1 k_2}\right)^2 \sinh^2(k_2 a)}$$

onde $k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, $k_2 = \frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar}$. a qual pode ser expressão em termos percentuais. Um elétron com energia $E = 4,0 \text{ eV}$ encontra uma barreira de potencial com altura $V_0 = 20 \text{ eV}$ e largura $a = 2,0 \times 10^{-10} \text{ m}$. Determinar

- a) a probabilidade de transmissão (efeito túnel).
- b) a amplitude relativa da função de onda transmitida.

8) Fissão nuclear. Determinar a probabilidade do decaimento da partícula alfa em cada caso.



9) (Eisberg-Resnick) Uma reação de fusão importante na produção de energia solar envolve a captura de um próton por um núcleo de carbono, que tem a carga seis vezes maior do que a carga do próton e um raio de $R_n \approx 2 \times 10^{-15} \text{ m}$.

- a) Faça uma estimativa do potencial coulombiano V que atua sobre o próton, se ele estiver na superfície nuclear.
- b) O próton incide sobre o núcleo devido a seu movimento térmico. Podemos realisticamente supor que sua energia total seja da ordem de $10 k_B T$, em que k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura interna do Sol, que a é de aproximadamente 10^7 K . Faça uma estimativa da energia total do próton, comparando-a com a altura da barreira coulombiana.
- c) Calcule a probabilidade de o próton penetrar em uma barreira retangular de altura V , que se estende de R_n a $2R_n$, ou seja, até o ponto no qual a barreira de potencial coulombiana cai a $V/2$.

Potencial elástico (oscilador harmônico)

10) Considere a molécula diatômica que escolheu na última aula e o modelo potencial de Morse. Determinar a frequência da radiação emitida quando o estado de vibração migra do primeiro estado excitado, $n = 1$ para o fundamental, $n = 0$. Tal frequência pertence a qual faixa do espectro de radiação.

Eq. Schrödinger e Potenciais

Potencial de Coulomb (átomo hidrogenoide)

11) A seguir duas funções de onda tridimensional independente do tempo de um elétron em um átomo hidrogenoide. Mostrar que satisfazem a equação de Schrödinger tridimensional. (Filofima – FES – Potenciais – Slide 4/29)

a) A função de onda para o estado fundamental, $n = 1$, é

$$\varphi_{1,0,0}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

b) Uma função de onda para o primeiro estado excitado, $n = 2$, é

$$\varphi_{2,1,1}(r, \theta, \phi) = -\sqrt{\frac{3}{64\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}} \sin \theta e^{i\phi}$$