

Propagação de Calor

- 1) Introdução: taxa de transferência de calor em cilindro oco, em regime estacionário.
Lei de Fourier

$$\vec{q} = -kA\vec{\nabla}T \quad (1)$$

Gradiente em coordenadas cilíndricas

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \quad (2)$$

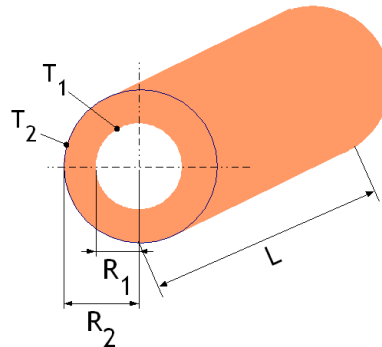


Figura 1 - Casca cilíndrica (Ref.: commons.wikimedia.org)

Área em torno de um cilindro pode ser escrita como função de r , $A(r) = 2\pi rL$. Com regime estacionário e dada a simetria radial, $\vec{\nabla}T = \frac{dT}{dr} \hat{r}$ e, com separação de variáveis, a eq. (1) é escrita como

$$q \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = -k2\pi L \int_{T_1}^{T_2} dT$$

resultando

$$q = -\frac{k2\pi L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} (T_2 - T_1) \quad (3)$$

onde internamente R_1 e T_1 são raio e temperatura, respectivamente; externamente R_2 e T_2 são raio e temperatura, respectivamente; L é o comprimento do cilindro; e k é a condutividade térmica do material que constitui. A temperatura no interior da parede do cilindro é expressa como

$$T(r) = \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \ln \frac{r}{R_2} + T_2 \quad (4)$$

- 2) Questão (Tipler - Cap. 20 - adaptado)

Deve-se transferir calor à água em ebulição de uma caldeira em uma usina termelétrica à taxa q . A água fervente atravessa tubos de cobre, cujas paredes têm espessura e e uma área superficial por metro de comprimento de tubo, A/L . Calcule o comprimento total do tubo, L (na prática o tubo de cobre é dividido em feixes de tubos em paralelo) que deve passar através da fornalha se a temperatura do vapor for T_i e a temperatura externa dos tubos for de T_e .

Dica: use a área superficial por metro para determinar o raio externo.

- a) $q = 3,00 \text{ GW}$, $e = 4,00 \text{ mm}$, $A/L = 0,126 \text{ m}^2/\text{m}$, $T_i = 225 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_e = 600 \text{ }^\circ\text{C}$.
- b) $q = 3,50 \text{ GW}$, $e = 5,00 \text{ mm}$, $A/L = 0,120 \text{ m}^2/\text{m}$, $T_i = 230 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_e = 610 \text{ }^\circ\text{C}$.
- c) $q = 2,80 \text{ GW}$, $e = 3,40 \text{ mm}$, $A/L = 0,138 \text{ m}^2/\text{m}$, $T_i = 220 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_e = 590 \text{ }^\circ\text{C}$.
- d) $q = 3,20 \text{ GW}$, $e = 3,80 \text{ mm}$, $A/L = 0,132 \text{ m}^2/\text{m}$, $T_i = 240 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_e = 625 \text{ }^\circ\text{C}$.
- e) $q = 2,90 \text{ GW}$, $e = 6,25 \text{ mm}$, $A/L = 0,122 \text{ m}^2/\text{m}$, $T_i = 235 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_e = 650 \text{ }^\circ\text{C}$.